

Fizička svojstva fluida

Pritisak

Pritisak fluida se definiše kao:

$$p = \frac{F}{A}$$

gde su:

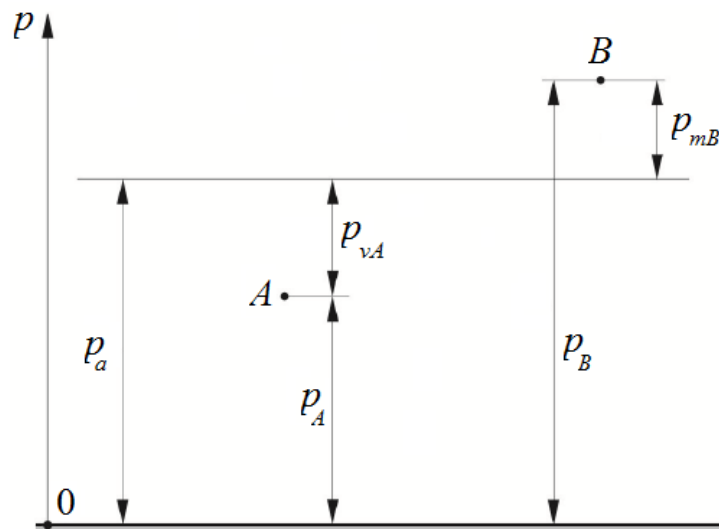
p – pritisak fluida [Pa],

F – normalna sila fluida na površinu [N] i

A – površina na koju deluje fluid [m^2].

Pritisak koji nas okružuje naziva se **atmosferski pritisak** p_a , a nastaje usled težine Zemljine atmosfere. Atmosferski pritisak se menja sa visinom, gde sa porastom visine atmosferski pritisak opada.

Kada se pritisak meri od nule tada govorimo o **apsolutnom pritisku**, a kada se meri od atmosferskog tada govorimo o **relativnom pritisku**. Relativni pritisak može biti **manometarski** (nadpritisak) ili **vakuometarski** (podpritisak), *slika 1*.



Slika 1. Relativni i apsolutni pritisci

Razlika atmosferskog pritiska i vakuometarskog pritiska ili zbir atmosferskog pritiska i nadpritiska jednaki su apsolutnom pritisku:

$$p_A = p_a - p_{vA}$$

$$p_B = p_a + p_{mB}$$

gde su:

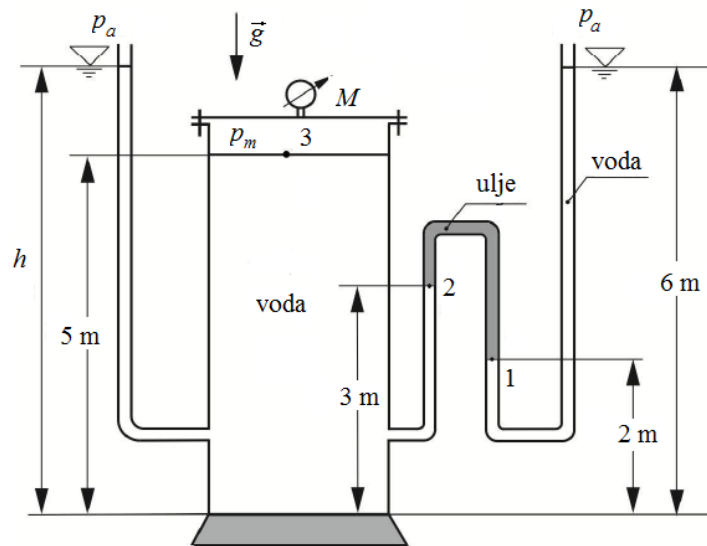
p_A, p_B – apsolutni pritisci (pritisci u tačkama A i B)

p_{vA} – vakuumetarski pritisak (podpritisak) u tački A

p_{mB} – manometarski pritisak (nadpritisak) u tački B

p_a – atmosferski pritisak sredine u kojoj se nalaze tačke A i B

Primer 1: Sa desne strane rezervoara sa vodom ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) postavljena je otvorena U cev u kojoj se nalaze voda i ulje (relativna gustina ulja je $\rho_{rel} = 0,8$). Prema datim podacima sa slike odrediti visinu h na koju će se popeti voda u pijezirometroj cevi koja je spojena sa rezervoarom sa njegove leve strane, *slika 2*.



Slika 2. Šematski prikaz rezervoara

Relativna gustina ulja predstavlja odnos gustine ulja i gustine vode:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho_{ulje}}{\rho}$$

$$\rho_{ulje} = \rho_{rel} \rho = 0,8 \cdot 1000$$

$$\rho_{ulje} = 800 \text{ kg/m}^3$$

Najjednostavniji način za rešavanje ovog zadatka je da se krene od slobodne površine u U cevi i da se računaju pritisci na razdelnim površinama imajući u vidu da je pritisak kroz isti fluid da istoj visini jednak.

Pritisak u tački 1 je jednak:

$$p_1 = p_a + \rho g(6 - 2)$$

Pritisak u tački 2 dobija se iz pritiska u tački 1 umanjenog za pritisak koji pravi stub tečnosti ulja visine 1 m (3-2):

$$p_2 = p_1 - \rho_{ulje} g(3-2)$$

Pritisak u tački 3 dobija se iz pritiska u tački 2 umanjenog za pritisak koji pravi stub tečnosti vode visine 2m (5-3 m):

$$p_3 = p_2 - \rho g(5-3)$$

Apsolutni pritisak u tački 3 iznosi:

$$p_3 = p_a + p_m$$

Pritisak u tački 3 može da se dobije i na osnovu visine stuba tečnosti u pijezometarskoj cevi postavljenoj sa leve strane suda:

$$p_3 = p_a + \rho g(h-5)$$

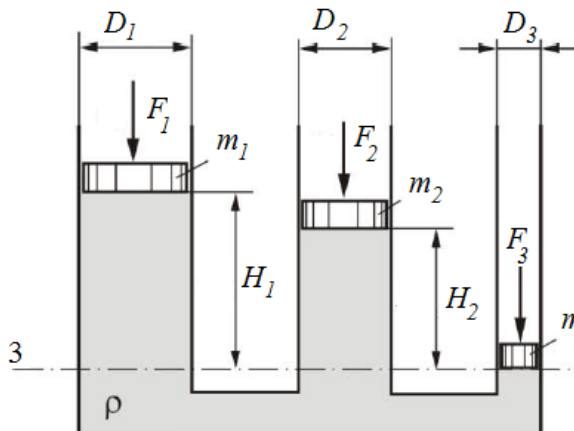
Rešavanjem prethodnih jednačina dobija se visina h na koju će se popeti cev u pijezometarskoj cevi:

$$h = 7 - \frac{\rho_{ulje}}{\rho} \cdot 1 = 7 - \frac{800}{1000}$$

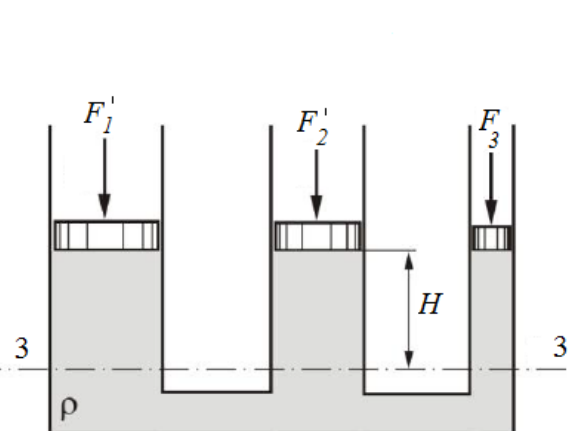
$$h = 6,2 \text{ m}$$

Primer 2: Na tri spojena hidraulička cilindra, prečnika $D_1 = 300 \text{ mm}$, $D_2 = 200 \text{ mm}$ i $D_3 = 100 \text{ mm}$, deluju preko odgovarajućih klipova jednake sile. $F_1 = F_2 = F_3 = 100 \text{ N}$. Mase klipova su $m_1 = 35 \text{ kg}$, $m_2 = 15 \text{ kg}$ i $m_3 = 3 \text{ kg}$, dok su cilindri ispunjeni uljem gustine $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$.

- Izračunati ravnotežni položaj klipova u odnosu na ravan 3, tj odrediti visine H_1 i H_2 , slika 3a
- Odrediti sile F'_1 i F'_2 koje će izjednačiti nivo tečnosti u cilindrima (sila F_3 ostaje nepromenjena) i novi ravnotežni položaj klipova, tj. odrediti visinu H , slika 3b.



Slika 3a. Ravnotežni položaj klipova u zadatku pod a



Slika 3b. Ravnotežni položaj klipova u zadatku pod b

a) Određuju se nadpritisici na površinama ulja neposredno ispod klipova nastali delovanjem sila:

$$p_{mi} = \frac{4(F_i + m_i g)}{D_i^2 \pi}, \quad i = 1, 2, 3$$

$$p_{m1} = \frac{4(F_1 + m_1 g)}{D_1^2 \pi} = \frac{4 \cdot (100 + 35 \cdot 9,81)}{0,3^2 \pi} \quad \rightarrow \quad p_{m1} = 6272 \text{ Pa}$$

$$p_{m2} = \frac{4(F_2 + m_2 g)}{D_2^2 \pi} = \frac{4 \cdot (100 + 15 \cdot 9,81)}{0,2^2 \pi} \quad \rightarrow \quad p_{m2} = 7867 \text{ Pa}$$

$$p_{m3} = \frac{4(F_3 + m_3 g)}{D_3^2 \pi} = \frac{4 \cdot (100 + 3 \cdot 9,81)}{0,1^2 \pi} \quad \rightarrow \quad p_{m3} = 16480 \text{ Pa}$$

Na osnovu izračunatih vrednosti nadpritisaka očito je da će klipovi zauzeti međusobni položaj prikazan na slici 3a. Iz jednakosti pritisaka za uporednu ravan 3:

$$p_a + p_{m1} + \rho g H_1 = p_a + p_{m2} + \rho g H_2 = p_a + p_{m3}$$

određuju se potrebne visine:

$$H_1 = \frac{p_{m3} - p_{m1}}{\rho g} = \frac{16480 - 6272}{900 \cdot 9,81} \quad \rightarrow \quad H_1 = 1,156 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{p_{m3} - p_{m2}}{\rho g} = \frac{16480 - 7867}{900 \cdot 9,81} \quad \rightarrow \quad H_2 = 0,976 \text{ m}$$

b) Da bi svi klipovi bili u istoj horizontalnoj ravni sile na klipovima 1 i 2 moraju da se povećaju, slika 3b. Pošto sila na klipovima 1 i 2 ostaje nepromenjena, onda i nadpritisak ispod klipa na ulju ostaje nepromenjen. Ispod klipova 1 i 2 takođe se mora ostvariti nadpritisak. Sile na klipovima 1 i 2 iznose:

$$F'_1 = p_{m3} \frac{D_1^2 \pi}{4} - m_1 g = 16480 \frac{0,3^2 \pi}{4} - 35 \cdot 9,81 \quad \rightarrow \quad F'_1 = 822 \text{ N}$$

$$F'_2 = p_{m3} \frac{D_2^2 \pi}{4} - m_2 g = 16480 \frac{0,2^2 \pi}{4} - 15 \cdot 9,81 \quad \rightarrow \quad F'_2 = 371 \text{ N}$$

Konačno, visina koja definiše novi ravnotežni položaj dobija se iz uslova jednakosti zapremina ulja u prostoru iznad ravni 3 za ova dva slučaja:

$$H \left(D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 \right) \frac{\pi}{4} = H_1 \frac{D_1^2 \pi}{4} + H_2 \frac{D_2^2 \pi}{4}$$

$$H(D_1^2 + D_2^2 + D_3^2) = H_1 D_1^2 + H_2 D_2^2$$

$$H = \frac{H_1 D_1^2 + H_2 D_2^2}{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2} = \frac{1,156 \cdot 0,3^2 + 0,976 \cdot 0,2^2}{0,3^2 + 0,2^2 + 0,1^2}$$

$$H = 1,022 \text{ m}$$

Gustina

Gustina fluida se definiše kao:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

gde su:

ρ – gustina fluida [kg/m^3],
 m – masa fluida [kg] i
 V – zapremina fluida [m^3].

Kod fluida se, pored gustine, definiše i relativna gustina fluida. Relativna gustina gasa se definiše kao:

$$d_{gas} = \frac{\rho_{gas}}{\rho_{vazduh}}$$

gde su:

d_{gas} – relativna gustina gasa [-],
 ρ_{gas} – gustina gasa [kg/m^3] i
 ρ_{vazduh} – gustina vazduha [kg/m^3].

Relativna gustina tečnosti se definiše kao:

$$d_{tečnost} = \frac{\rho_{tečnost}}{\rho_{voda}}$$

gde su:

$d_{tečnost}$ – relativna gustina tečnosti [-],
 $\rho_{tečnost}$ – gustina tečnosti [kg/m^3] i
 ρ_{voda} – gustina vode [kg/m^3].

Gustina tečnosti najviše zavisi od temperature i može da se odredi iz izraza:

$$\rho_t = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta(t - 20)}$$

gde su:

- ρ_t – gustina tečnosti na temperaturi t [kg/m^3],
- ρ_{20} – gustina tečnosti na temperaturi od 20°C [kg/m^3] i
- β – koeficijent zapreminskog širenja [$1/^\circ\text{C}$].

U tabeli 1 su date vrednosti gustine i koeficijenata zapreminskog širenja za prosečne sirove nafte.

Tabela 1. Gustina i koeficijent zapreminskog širenja za prosečne sirove nafte

| ρ_{20} | 700-750 | 750-800 | 800-850 | 850-900 | 900-950 | 950-1000 |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| $10^6\beta$ | 1201 | 1039 | 896 | 770 | 657 | 555 |

Gustina idealnog gasa se određuje iz izraza:

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

gde su:

- p – apsolutni pritisak gasa [Pa],
- R – specifična gasna konstanta [$\text{J}/(\text{kgK})$] i
- T – apsolutna temperatura gasa [K].

Realni gasovi se ne pokoravaju u potpunosti prethodno definisanom zakonu za idealne gasove. Gustina realnih gasova se određuje iz izraza:

$$\rho = \frac{p}{z(p,T)RT}$$

gde je: $z(p,T)$ – funkcija koja pokazuje odstupanje realnih gasova od idealnog gasa na datom pritisku i temperaturi [-].

Odstupanje realnih gasova od idealnog gasa je sve veće što je pritisak viši a temperatura gasa niža. Funkcija $z(p,T)$ može da se odredi na osnovu vrednosti redukovanog pritiska i redukovane temperature:

$$p_r = \frac{p}{p_k}$$

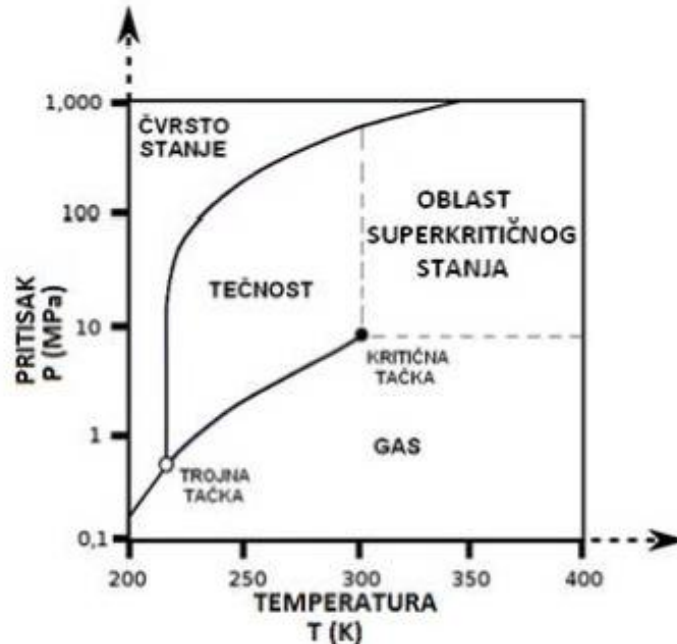
$$T_r = \frac{T}{T_k}$$

gde su:

- p_r – redukovani pritisak [-],
- T_r – redukovana temperatura [-],
- p_k – kritični pritisak [Pa] i

T_k – kritična temperatura [K].

Kritična temperatura T_k je temperatura iznad koje ne postoji razlika između tečne i gasne faze. Pri kritičnoj temperaturi nastaje superkritični fluid. Iznad kritične temperature povećanjem pritiska nije moguće dobiti tečnu fazu. **Kritični pritisak** je pritisak pare na kritičnoj temperaturi. Na faznom dijagramu, *slika 4*, se kritični pritisak i kritična temperatura označavaju kao kritična tačka.



Slika 4. Fazni dijagram

U tabeli 2 prikazane su vrednosti nekih veličina za različite gasove (među njima i vrednosti kritične temperature i kritičnog pritiska).

Tabela 2. Vrednosti nekih veličina za različite gasove

| Gas | Oznaka | M [kg/kmol] | R [J/(kgK)] | T_k [K] | p_k [Pa] | ρ_a [kg/m ³] |
|-----------------|--------------------------------|---------------|---------------|-----------|------------|-------------------------------|
| Vazduh | - | 28,97 | 287,0 | 132,2 | 37,7 | 1,293 |
| Vodena para | - | 18,02 | 461,4 | 647,2 | 221,3 | 0,804 |
| Metan | CH ₄ | 16,04 | 518,3 | 199,5 | 46,3 | 0,716 |
| Etan | C ₂ H ₆ | 30,07 | 276,6 | 305,2 | 49,6 | 1,342 |
| Propan | C ₃ H ₈ | 44,09 | 188,6 | 369,8 | 42,6 | 1,968 |
| n-Butan | C ₄ H ₁₀ | 58,22 | 1436,1 | 425,8 | 34,9 | 2,594 |
| n-Pentan | C ₅ H ₁₂ | 72,15 | 115,2 | 470,0 | 33,5 | 3,221 |
| i-Butan | C ₄ H ₁₀ | 58,12 | 143,1 | 406,9 | 37,0 | 2,594 |
| i-Pentan | C ₅ H ₁₂ | 72,15 | 115,2 | 461,0 | 33,4 | 1,428 |
| Kiseonik | O ₂ | 32,00 | 259,8 | 154,6 | 32,9 | 1,428 |
| Azot | N ₂ | 28,00 | 296,7 | 126,0 | 32,9 | 1,251 |
| Ugljen-monoksid | CO | 28,01 | 296,8 | 133,0 | 34,9 | 1,250 |
| Ugljen-dioksid | CO ₂ | 44,01 | 188,9 | 304,1 | 73,9 | 1,965 |
| Vodonik | H ₂ | 2,02 | 4115,8 | 33,1 | 12,9 | 0,090 |
| Amonijak | NH ₃ | 17,03 | 488,2 | 405,3 | 152,0 | 0,760 |

Funkcija $z(p, T)$ može da se odredi grafički, *slika 5* ili iz nekog od postojećih izraza:

Bertelota (Berthelot)

$$z(p, T) = 1 + \frac{9}{128} \frac{p_r}{T_r} (1 - 6 \cdot T_r^{-2})$$

Adamova (Адамов)

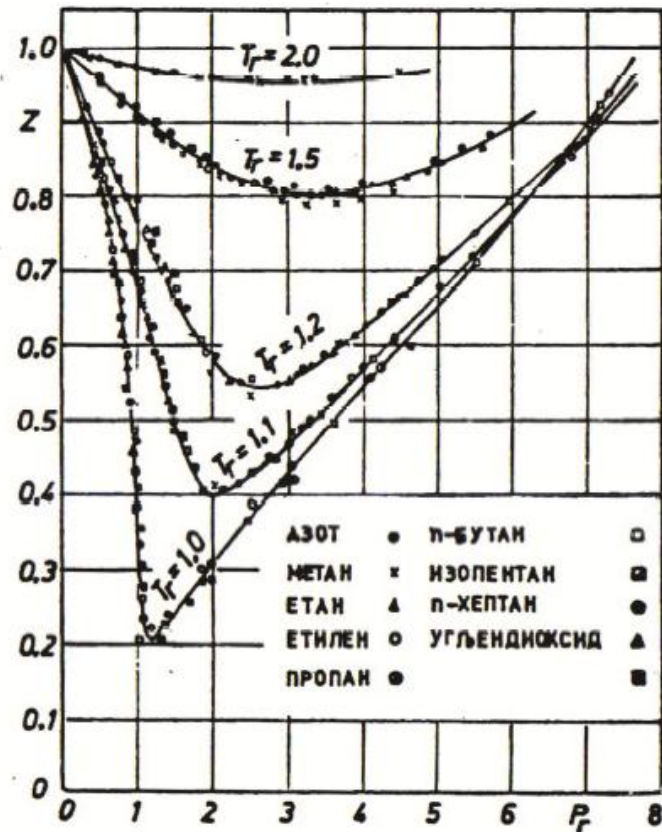
$$z(p, T) = \frac{1}{1 + (245 - 2,75 \cdot t) \cdot 10^{-5} \cdot p}$$

gde se pritisak p unosi u [bar], a temperatura u [°C].

Kvalnes (Kvalnes) i Kadi (Caddy)

$$z(p) = 1 - 236,6 \cdot 10^{-5} p + 67588 \cdot 10^{-10} p^2$$

gde se pritisak unosi u junačinu u [bar]. Izraz se koristi za transport metana na temperaturi od 18 °C.



Slika 5. Zavisnost između koeficijenta $z(p, T)$, redukovanog pritiska i redukovane temperature

Gustina mešavine gasova se određuje iz izraza:

$$\rho_m = \frac{\sum_{i=1}^n r_i \rho_i}{\sum_{i=1}^n r_i}$$

gde su:

ρ_m – gustina mešavine gasova [kg/m³],
 r_i – zapreminski udeo komponente [-] i
 ρ_i – gustina komponente mešavine [kg/m³].

Stišljivost

Stišljivost je svojstvo fluida da pod dejstvom promene pritiska menja svoju zapreminu, što je naročito izraženo kod gasova.

Količnik promene zapremine ΔV i prvobitne zapremine V podeljen razlikom pritisaka Δp (zbog koje se zapremina i promenila), ima konstantnu vrednosr za svaki fluid i naziva se **koeficijent stišljivosti**:

$$s = -\frac{\Delta V}{V} \cdot \frac{1}{\Delta p}$$

gde su:

s – koeficijent stišljivosti [Pa⁻¹],
 ΔV – promena zapremine [m³],
 V – prvobitna zapremina [m³] i
 Δp – promena pritiska [Pa].

Znak – pokazuje da se zapremina smanjuje kada se pritisak povećava i obrnuto.

Recipročna vrednost koeficijenta stišljivosti naziva se **modul stišljivosti** ε , koji je analogan modulu elastičnosti E kod čvrstih tela:

$$\varepsilon = \frac{1}{s} = -\frac{V}{\Delta V} \cdot \Delta p$$

Redukcija zapremine gasa

Transport i distribucija gasa potrošačima obavljaju se na različitim pritiscima i temperaturama. Zato je prilikom obračuna količine i cene gasa neophodno svođenje pogonske količine gasa na iste uslove: normalne ($p_n = 101325 \text{ Pa}$, $T_n = 273 \text{ K}$) ili standardne uslove ($p_s = 101325 \text{ Pa}$, $T_s = 288 \text{ K}$).

Gustina suvog vazduha pri normalnim i standardnim uslovima iznosi:

$$\rho_n = \frac{p_n}{RT_n} = \frac{101325}{287 \cdot 273} \quad \rightarrow \quad \rho_n = 1,293 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_s = \frac{p_s}{RT_s} = \frac{101325}{287 \cdot 288} \quad \rightarrow \quad \rho_s = 1,226 \text{ kg/m}^3$$

Prikazaće se svođenje pogonske količine gasa na standardne uslove (postupak identičan i za normalne uslove). Jednačine stanja realnog gasa za pogonske i standardne uslove glase:

$$p_e V = z m R T$$

$$p_s V = z_s m R T_s$$

gde su:

- p_e – efektivni pritisak gasa pri pogonskim uslovima [Pa],
- p_s – standardni pritisak [Pa],
- V – zapremina gasa pri pogonskim uslovima [m^3],
- V_s – zapremina gasa pri standardnim uslovima [m^3],
- m – masa gasa [kg],
- z – faktor kompresibilnosti pri pogonskim uslovima [-],
- z_m – faktor kompresibilnosti pri standardnim uslovima ($z = 1$) [-],
- T – temperatura gasa pri pogonskim uslovima [K] i
- T_s – standardna temperatura [K].

Deljenjem prethodne dve jednačine, dobija se zapremina gasa svedena na standardne uslove:

$$V_s = V \frac{p_e z_s T_s}{p_s z T}$$

Odnosno:

$$V_s = C \cdot V$$

Gde je faktor redukcije zapremine sa pogonskih na standardne uslove:

$$C = \frac{p_e z_s T_s}{p_s z T}$$

Efektivni pritisak gasa pri pogonskim uslovima glasi:

$$p_e = p_a + p - p_s \frac{\varphi}{100}$$

gde su:

- p_a – atmosferski pritisak na mestu merenja [Pa],
- p – nadpritisak gasa na mestu merenja [Pa],
- p_s – parcijalni pritisak zasićene vodene pare [Pa] i
- φ – relativna vlažnost gasa [-].

Faktor redukcije zapremine sa pogonskih na standardne uslove može se napisati kao:

- za efektivni pritisak $p_e \leq 1000$ mbar

$$C = \frac{273,15}{273,15+t} \frac{p_a + p - p_s \frac{\varphi}{100}}{1013,25}$$

- za efektivni pritisak $p_e > 1000$ mbar

$$C = \frac{273,15}{273,15+t} \frac{p_a + p - p_s \frac{\varphi}{100}}{1013,25} \frac{1}{z}$$

Relativna vlažnost gasa φ i kompresibilnost gasa z se uzimaju po potrebi.

Vlažnost gasa

Kada gas sadrži vodenu paru tada govorimo o **vlažnom gasu**. Količinu vodene pare koju gas može da primi zavisi od njegove temperature. Što je temperatura gasa viša on može da primi veću količinu vodene pare. Kada gas na određenoj temperaturi ne može više da primi vodenu paru tada je on **zasićen**. Ako kod zasićenog gasa dođe do pada temperature tada će se određena količina vodene pare kondenzovati i izdvojiti iz gasa. Sadržaj vlage u gasu izražava se apsolutnom ili relativnom vlažnošću. **Apsolutna vlažnost** gasa definiše se kao masa vodene pare po zapremini vlažnog gasa. Ako je apsolutna vlažnost poznata za normalno stanje vlažnog gasa, tada se može odrediti apsolutna vlažnost za pogonsko stanje:

$$\rho_p = \rho_n \frac{p T_n}{p_n T}$$

gde su:

- ρ_n – apsolutna vlažnost gasa pri normalnim uslovima [kg/m^3],
- T_n – normalna temperatura gasa [K],
- p_n – normalni pritisak gasa [Pa],

T – temperatura gasa [K] i
 p – pritisak gasa [Pa].

Relativna vlažnost gasa može da se odredi na sledeće načine:

$$\varphi = \frac{\rho_p}{\rho_s} \cdot 100$$

$$\varphi = \frac{p_p}{p_s} \cdot 100$$

gde su:

φ – relativna vlažnost [-],
 ρ_p – apsolutna vlažnost gasa pri pogonskim uslovima [kg/m^3],
 ρ_s – apsolutna vlažnost gasa u stanju zasićenja [kg/m^3],
 p_p – parcijalni pritisak vodene pare pri pogonskim uslovima [Pa] i
 p_s – parcijalni pritisak vodene pare u stanju zasićenja [Pa].

Viskoznost

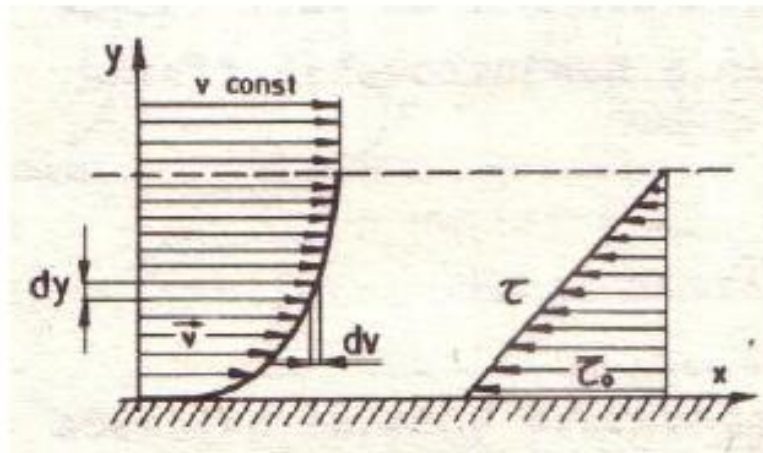
Viskoznost fluida je mera unutrašnjeg trenja fluida. Između paralelnih slojeva fluida koji se kreću, usled unutrašnjeg trenja otpora javlja se tangencijalni napon:

$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial y}$$

gde su:

τ – tangencijalni napon [Pa],
 η – dinamička viskoznost [$\text{Pa}\cdot\text{s}$] i
 $\frac{\partial v}{\partial y}$ - gradijent intenziteta brzine [$\text{m}/(\text{m}\cdot\text{s})$].

Gradijent intenziteta brzine predstavlja promenu brzine v fluida u pravcu normalnom na pravac strujanja y , *slika 6*.



Slika 6. Raspored tangencijalnog napona iznad ravne ploče

Prethodna zavisnost važi samo za laminarno strujanje njutnovskih fluida kod kojih je tangencijalni napon srazmeran gradinjetu intenziteta brzine.

Tangencijalna sila potrebna za savlađivanje otpora glasi:

$$F = \eta A \frac{\partial v}{\partial y}$$

gde je: A – površina sloja [m^2].

Dinamička viskoznost (njutnovskih fluida) podeljena sa gustinom fluida naziva se **kinematska viskoznost**:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

gde je: ρ – gustina fluida [kg/m^3].

Dinamička viskoznost fluida menja se sa promenom temperature. Porastom temperature kod tečnosti opada dinamička viskoznost dok kod gasova raste dinamička viskoznost. Razlog tome je što su nosioci viskoznih svojstava kod tečnosti međumolekulske sile, dok je kod gasova to intenzitet sudara među molekulima.

Zavisnost dinamičke viskoznosti od temperature kod gasova definisana je jednačinom:

$$\eta_t = \eta_n \sqrt{\frac{T}{273}} \frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}}$$

gde su:

- η_t – dinamička viskoznost pri temperaturi T [Pa·s],
- η_n – dinamička viskoznost pri temperaturi $T = 273$ K [Pa·s],
- T – apsolutna temperatura [K] i
- C – Sutherlandova konstanta ($C \approx 120$ za gasna goriva) [-].

Dinamička viskoznost smeše gasova definisana je jednačinom:

$$\eta_m = \frac{\sum_{i=1}^n r_i \eta_i \sqrt{M_i T_{ki}}}{\sum_{i=1}^n r_i \sqrt{M_i T_{ki}}}$$

gde su:

- η_m – dinamička viskoznost smeše [Pa·s],
- r_i – zapreminski udeo komponente [-],
- M_i – molska masa komponente [kg/kmol],
- T_{ki} – kritična temperatura komponente [K] i
- η_i – dinamička viskoznost komponente [Pa·s].

Zavisnost između viskoznosti i temperature kod tečnosti se najčešće daje u obliku dijagrama (*slika 7*) ili u formi sledećih izraza:

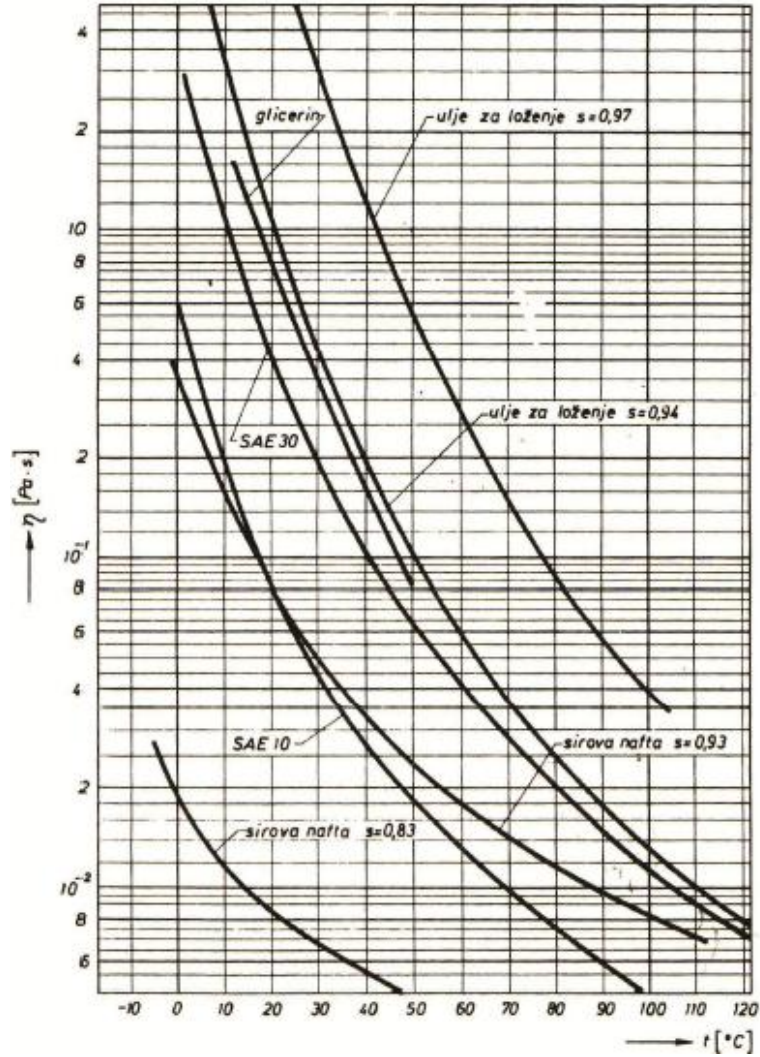
$$\log \log \nu = a + bt$$

$$\frac{1}{\nu} = a + bt + ct^2$$

$$\nu = B_0 e^{\frac{b_0}{t}}$$

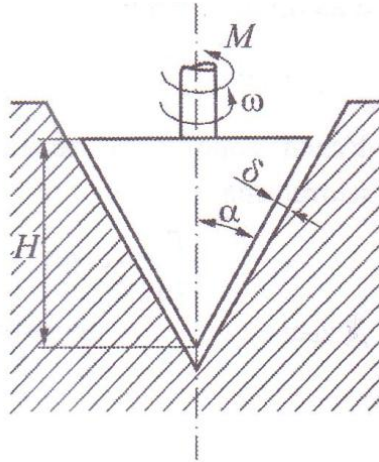
$$\nu = \frac{C}{t^m}$$

Gde se komponente a , b , c , B_0 , b_0 i m određuju eksperimentalnim putem. U prethodnim izrazima umesto temperature t [°C] može da se koristi i temperatura T [K] ali sa korigovanim vrednostima konstanti.



Slika 7. Dinamička viskoznost nafte i njenih derivata u zavisnosti od temperature

Primer 3: Ulje viskoznosti η ispunjava procep vrlo male širine δ te se može uzeti da se brzina po širini menja linearno. Koliki je obrtni moment potreban da bi se telo obima kupe obrtalo konstantnom ugaonom brzinom ω . Poznate veličine su: η , δ , H , α i ω .



Slika 8. Šematski prikaz obrtnog tela

Posmatra se ravnoteža kuje koja se obrće konstantnom ugaonom brzinom. Obrtni moment koji deluje na kupu u procepu definisan je kao:

$$M = F \cdot R$$

$$M = \int_0^H dM = \int_0^H R dF$$

dF predstavlja elementarnu silu trenja kojom ulje deluje na elementarnu površinu dA , a određuje se pomoću izraza:

$$dF = \tau dA$$

Tangencijalni napon se određuje na osnovu izraza:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

Uvrštavanjem izraza za elementarnu silu i tangencijalni napon, moment postaje:

$$M = \int_0^H R \eta \frac{dv}{dy} dA$$

Zbog malog procepa širine δ može se smatrati da je promena brzine u procepu linearna, pa gradijent brzine iznosi:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{R\omega}{\delta}$$

Uvrštavanjem izraza za gradijent brzine, moment koji deluje na kupu postaje:

$$M = \int_0^H R\eta \frac{R\omega}{\delta} dA$$

Elementarna površina se određuje na osnovu izraza:

$$dA = \frac{2R\pi}{\cos \alpha} dH$$

Uvrštavanjem izraza za elementarnu površinu, moment koji deluje na kupu postaje:

$$M = \int_0^H R\eta \frac{R\omega}{\delta} \frac{2R\pi}{\cos \alpha} dH = \frac{2\eta\omega\pi}{\delta \cos \alpha} \int_0^H R^3 dH$$

Iz jednakosti:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{H}$$

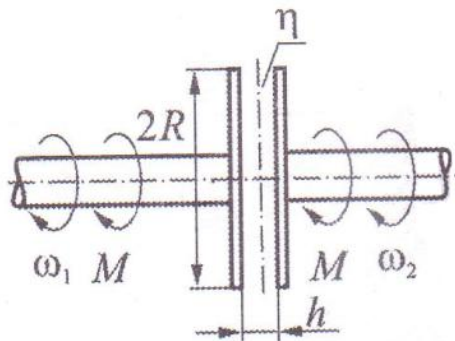
sledi:

$$R = H \operatorname{tg} \alpha$$

Uvrštavanjem izraza za određivanje prečnika kupe, moment iznosi:

$$M = \frac{2\eta\omega\pi}{\delta \cos \alpha} (\operatorname{tg} \alpha)^3 \int_0^H H^3 dH = \frac{\eta\omega\pi (\operatorname{tg} \alpha)^3}{2\delta \cos \alpha} H^4$$

Primer 4: Kod hidrauličke spojnice pri konstantnim ugaonim brzinama ω_1 i ω_2 ulje viskoznosti η ($t = \text{const.}$) prenosi obrtni moment M pomoću diskova prečnika $2R$. Za poznato i vrlo malo rastojanje između diskova h odrediti klizanje $\omega_1 - \omega_2$.



Slika 9. Šematski prikaz hidrauličke spojnice

Moment koji deluje na diskove iznosi:

$$M = F \cdot R$$

$$M = \int_0^R dM = \int_0^R R dF$$

dF predstavlja elementarnu silu trenja kojom ulje deluje na elementarnu površinu dA , a određuje se pomoću izraza:

$$dF = \tau dA$$

Tangencijalni napon se određuje na osnovu izraza:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

Uvrštavanjem izraza za elementarnu silu i tangencijalni napon, moment postaje:

$$M = \int_0^R R \eta \frac{dv}{dy} dA$$

Zbog malog rastojanja između diskova h može se smatrati da je promena brzine u procepu linearna, pa gradijent brzine iznosi:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{R(\omega_1 - \omega_2)}{h}$$

Elementarna površina se određuje na osnovu izraza:

$$dA = 2R\pi dR$$

Uvrštavanjem izraza za gradijent brzine i elementarnu površinu, dobija se obrtni moment:

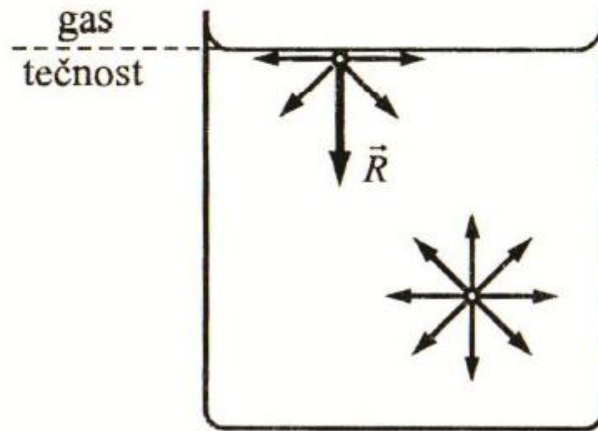
$$M = \int_0^R R \eta \frac{R(\omega_1 - \omega_2)}{h} 2R\pi dR$$
$$M = \frac{2\eta\pi(\omega_1 - \omega_2)}{h} \int_0^R R^3 dR = \frac{\eta\pi(\omega_1 - \omega_2)}{2h} R^4$$

Iz prethodnog izraza određuje se klizanje diskova:

$$\omega_1 - \omega_2 = \frac{2Mh}{\eta\pi R}$$

Površinski napon

Između dve tečnosti različitih gustina koje se ne mešaju nastaje unutrašnja površina. Na mestima na kojima se graniče tečnosti i gas nastaje spoljašnja (slobodna) površina. U unutrašnjosti tečnosti čestice se nalaze u sredini dejstva međumolekulskih privlačnih sila, *slika 10*. Polje sila je sferno pa je rezultantna sila na česticu jednaka nuli. Na čestice koje se nalaze na slobodnoj površini ne deluju privlačne sile sa strane gasa (zanemarljivo male u odnosu na tečnu stranu), tako da na njih deluje rezultantna sila \vec{R} usmerena ka unutrašnjosti tečnosti. Debljina ovog pojasa slobodne površine je 10 prečnika molekula, odnosno 10 nm. Zbog delovanja sile \vec{R} čestice na površini vrše pritisak na čestice u unutrašnjosti tečnosti, zbog čega unutrašnje čestice teže da rastežu slobodnu površinu, pa čestice na slobodnoj površini poseduju veću energiju od čestica u unutrašnjosti.



Slika 10. Međumolekulske sile u unutrašnjosti tečnosti i na njoj površini

Napon koji vlada na slobodnoj površini definiše se kao:

$$\gamma = \frac{F}{l}$$

gde su:

γ – površinski napon [N/m],

F – sila [N] i

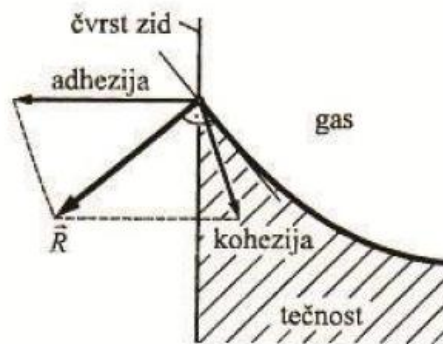
l – dužina obima [m].

Površinski napon zavisi od vrste obima medijuma koja se graniče na slobodnoj površini. Vrednost površinskog napona opada sa porastom temperature.

Kapilarnost

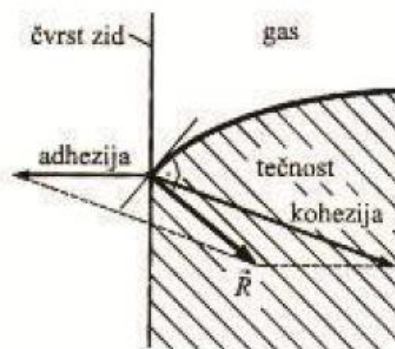
Naziv kapilarnost potiče od dizanja, odnosno spuštanja nivoa tečnosti u kapilarama. Ova pojava nastaje zbog toga što se tri bitno različita medijuma, npr. gas – tečnost – čvrsto telo, sreću na jednom mestu koje je, bar po jednoj dimenziji, male geometrije (procepi i cevčice – kapilare). Pored međumolekulskih sila tečnosti (**kohezije**) deluju i privlačne sile zida (**adhezije**). Sopstvena težina čestica može se u ovoj vezi zanemariti, jer je tako mala da nema skoro nikakvog uticaja. Važna su dva ekstremna slučaja.

1. Adhezija je veća od privlačnih sila susednih čestica (kohezije). Tečnost kvasi zid, zbog čega njena slobodna površina u neposrednoj blizini zida postaje konkavna i pod dejstvom površinskog napona, ona se penje po zidu, *slika 11*. Rezultantna sila adhezije i kohezije je normalna na površinu tečnosti. Skicirani slučaj odgovara kombinaciji: staklo – voda – vazduh.



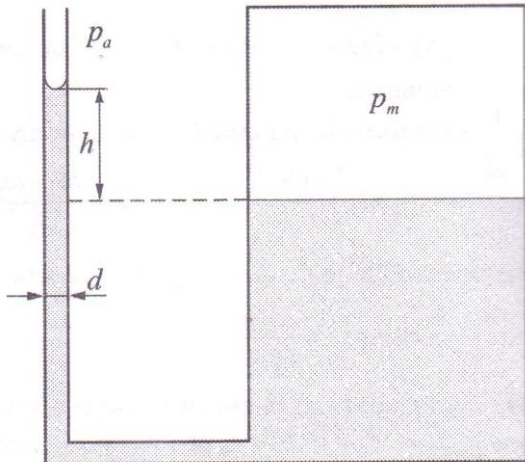
Slika 11. Slučaj kvašenja zida (staklo-voda-vazduh)

2. Ako je koheziona sila tečnosti mnogo veća od adhezione, onda ne dolazi do kvašenja zida. Slobodna površina tečnosti u neposrednoj blizini zida postaje konveksna i pod dejstvom površinskog napona, tečnost se spušta pored zida, *slika 12*. Skicirani slučaj odgovara kombinaciji: staklo – živa – vazduh.

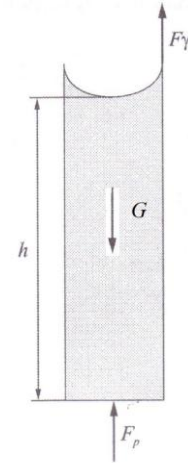


Slika 12. Slučaj nekvašenja zida (staklo-živa-vazduh)

Primer 5: Na koju će se visinu h popeti tečnost poznate gustine ρ u kapilarnoj cevi poznatog prečnika d ? Površinski napon iznosi γ , a tečnost potpuno kvasi zidove cevi ($\theta = 0^\circ$). Relativni pritisak u gasu iznad tečnosti je poznat i iznosi p_m . Napomena $d \ll h$.



Slika 13. Šematski prikaz rezervoara



Slika 14. Šematski prikaz sila koje deluju na stub tečnosti

Jednačina ravnoteže u vertikalnom pravcu za izdvojeni stub tečnosti visine h glasi:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_y + F_p - G = 0$$

Iz izraza za površinski napon:

$$\gamma = \frac{F_\gamma}{l}$$

sledi izraz za određivanje sile površinskog napona:

$$F_\gamma = \gamma l = \gamma d \pi$$

Izraz za određivanje sile težine stuba tečnosti glasi:

$$G = \rho g h \frac{d^2 \pi}{4}$$

Rezultujuća sila pritiska jednaka je:

$$F_p = p_m \frac{d^2 \pi}{4}$$

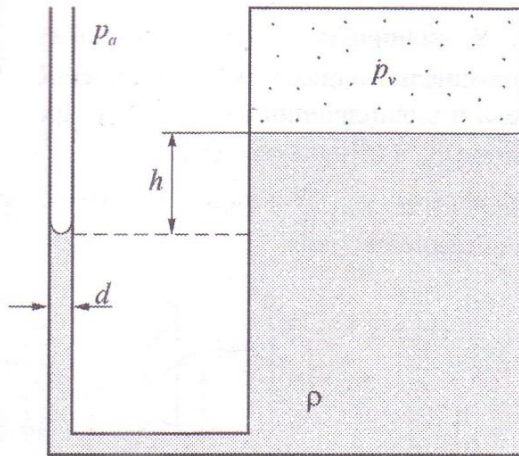
Uvrštavanjem izraza za sile, jednačina ravnoteže stuba tečnosti postaje:

$$\gamma d \pi + p_m \frac{d^2 \pi}{4} - \rho g h \frac{d^2 \pi}{4} = 0$$

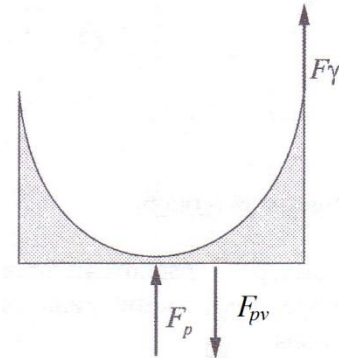
Iz ravnotežne jednačine određuje se visina na koju će se popeti tečnost u kapilarnoj cevi:

$$h = \frac{4\gamma}{\rho g d} + \frac{p_m}{\rho g}$$

Primer 6: Za koju će se visinu h u odnosu na nivo u sudu spustiti tečnost poznate gustine ρ u kapilarnoj cevi poznatog prečnika d ? Površinski napon iznosi γ , a tečnost potpuno kvasi zidove cevi ($\theta = 0^\circ$). Relativni pritisak u gasu iznad tečnosti je poznat i iznosi p_v . Napomena $d \ll h$.



Slika 15. Šematski prikaz rezervoara



Slika 16. Šematski prikaz sila koje deluju na stub tečnosti

Jednačina ravnoteže u vertikalnom pravcu za izdvojeni stub tečnosti glasi:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_\gamma + F_p - F_{pv} = 0$$

Iz jednačine za površinski napon:

$$\gamma = \frac{F_\gamma}{l}$$

sledi izraz za dobijanje sile površinskog napona:

$$F_\gamma = \gamma l = \gamma d \pi$$

Sila pritiska koju vrši stub tečnosti u rezervoaru je jednaka:

$$F_p = \rho g h \frac{d^2 \pi}{4}$$

Sila podpritiska gasa koji se nalazi iznad tečnosti u rezervoaru iznosi:

$$F_{pv} = p_v \frac{d^2 \pi}{4}$$

Uvrštavanjem izraza za sile površinskog napona i sile pritiska, jednačina ravnoteže je jednaka:

$$\gamma d\pi + \rho gh \frac{d^2 \pi}{4} - p_v \frac{d^2 \pi}{4} = 0$$

Iz jednačine ravnoteže sila za izdvojeni stub tečnosti određuje se visina h za koju se spusti tečnost u kapilarnoj cevi:

$$h = \left(p_v - \frac{4\gamma}{d} \right) \frac{1}{\rho g}$$

Specifična toplota i toplotna provodljivost fluida

Specifičnu toplotu, toplotnu provodljivost fluida i zakon njihove promene duž cevovoda potrebno je poznavati kod hidrauličkog proračuna cevovoda pri neizotermnom ($t \neq \text{const.}$) strujanju tečnosti i gasova. **Specifična toplota** predstavlja količinu toplote koju je potrebno dovesti 1 kg fluida da bi se njegova temperatura povisila za 1°C (1 K). Specifična toplota sirove nafte kreće se između 1700 i 2500 J/(kgK) kada se temperatura nafte kreće od 0 °C do 110 °C i računa se po sledećem izrazu:

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\rho_{15}}} (1687 + 3,39t)$$

gde su:

ρ_{15} – gustina nafte na 15 °C [kg/m³] i

t – srednja proračunska temperatura za vreme transporta [°C].

Specifična toplota gasova zavisi od temperature i prirode procesa po kome se menja njihovo stanje u toku transporta. U praksi se koriste dve definicije specifične toplote gasova: c_p J/(kgK) pri konstantnom pritisku i c_v J/(kgK) pri konstantnoj zapremini. Veza između ovih definicija glasi:

$$c_p - c_v = R$$

gde je: R – specifična gasna konstanta [J/(kgK)].

Pri adijabatskoj (bez razmene toplote sa okolinom) promeni stanja njihov odnos određuje eksponent adijabate:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

Za jednoatomne gasove $\kappa = 1,667$, za dvoatomne $\kappa = 1,41$ i za višeatomne $\kappa = 1,34$. EkspONENT adijabate se menja sa promenom temperature. Sa porastom temperature ekspONENT adijabate opada.

Za određivanje toplotne provodljivosti sirove nafte i njenih frakcija koristi se izraz:

$$\lambda_n = \frac{137}{\rho_{15}} (1 - 0,00054t)$$

gde su:

ρ_{15} – gustina nafte na 15 °C [kg/m³] i

t – srednja proračunska temperatura za vreme transporta [°C].

Za određivanje toplotne provodljivosti gasa koristi se izraz:

$$\lambda = \lambda_n \left(\frac{T}{T_n} \right)^m$$

gde su:

λ_n – toplotna provodljivost gasa pri normalnim uslovima [W/(mK)],

T – temperatura gasa [K],

T_n – normalna temperatura [K] i

m – ekspONENT koji se određuje eksperimentalno [-].

Toplotna provodljivost gasova povećava se sa porastom pritiska i to značajnije u oblasti viših pritiska. Do 10 bar toplotna provodljivost povećava se za 1% za 1 bar pritiska. U tabeli 3 prikazane su vrednosti ekspONENTA m i koeficijenta toplote pri normalnim uslovima λ_n za neke gasove.

Tabela 3. Vrednosti toplotne provodljivosti i ekspONENTA m pri normalnim uslovima za neke gasove

| Gas | λ_n | m | Gas | λ_n | m |
|-------------|-------------|------|-----------------|-------------|------|
| Metan | 0,03 | 1,4 | i – Pentan | 0,0128 | 1,85 |
| Acetilen | 0,0184 | 1,63 | n – Pentan | 0,0124 | 1,85 |
| Etilen | 0,0164 | 1,65 | Vodonik | 0,1630 | 0,78 |
| Etan | 0,0180 | 1,67 | Azot | 0,0228 | 0,8 |
| Propilen | - | 1,76 | Kiseonik | 0,0240 | 0,87 |
| Propan | 0,0148 | 1,77 | Vazduh | 0,0245 | 0,82 |
| i – Butilen | - | 1,83 | Ugljen-monoksid | 0,0226 | 0,8 |
| i – Butan | 0,0139 | 1,84 | Ugljen-dioksid | 0,0137 | 1,23 |
| n – Butan | 0,0135 | 1,84 | Vodena para | - | 1,48 |

Brzina zvuka

Brzina prostiranja malih poremećaja kroz homogenu sredinu, kao što je brzina zvuka određena je sa:

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

gde su:

c – brzina zvuka [m/s],

dp – elementarna promena pritiska sredine kroz koju se prenosi zvučni talas [Pa] i

$d\rho$ – elementarna promena gustine sredine kroz koju se prenosi zvučni talas [kg/m³].

Brzina rasprostiranja zvučnog talasa kroz gasove zavisi od karaktera promene koje izaziva zvuk. Ovi poremećaji su uzastopne kompresije i ekspanzije sa izentropskim i izotermnim karakterom promene. Za izotermnu i izentropsku promenu brzina zvuka određuje se iz izraza:

$$c = \sqrt{\frac{p}{\rho}} = \sqrt{RT}$$

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa RT}$$

gde su:

R – specifična gasna konstanta [J/(kgK)],

p – apsolutni pritisak gasa [Pa],

T – apsolutna temperatura gasa [K] i

κ – eksponent izentrope [-].

Brzina zvuka kroz:

- vazduh na 15 °C je 342 m/s
- vodu je 1445 m/s
- čelik je 4120 m/s

Toplotna moć goriva

Količina toplote koja nastaje sagorevanjem goriva naziva se **toplotna moć goriva**. Razlikuju se gornja, donja i pogonska toplotna moć. **Gornja toplotna moć** H_g je količina toplote koja nastaje potpunim sagorevanjem jedinične količine goriva, pri čemu se gasovi nastali sagorevanjem ohlade na temperaturu od 25 °C, a vodena para se izdvoji kao kondenzat. Gornja toplotna moć goriva se određuje eksperimentalnim putem. **Donja toplotna moć** H_d je količina toplote koja nastaje potpunim sagorevanjem jedinične količine goriva, pri čemu se gasovi nastali sagorevanjem ohlade na temperaturu od 25 °C, a vodena para u produktima sagorevanja ostaje (kao zamišljena računaska veličina) u parnom stanju pa toplota kondenzacije ostaje neiskorišćena. Donja toplotna moć se određuje računskim putem.

Pogonska toplotna moć H_p može da bude izražena kao gornja ili donja toplotna moć. Donja i gornja toplotna moć goriva se određuju na osnovu kubnog metra suvog gasa pri normalnim uslovima, dok se pri određivanju pogonske toplotne oći uzima u obzir kubni metar vlažnog gasa.

Veza između gornje i donje toplotne moći goriva je:

$$H_d = H_g - Wr$$

gde su:

H_d – donja toplotna moć goriva [J/kg] ili [J/m³],
 H_g – gornja toplotna moć goriva [J/kg] ili [J/m³],
 W – udeo vodene pare u produktima sagorevanja [-] i
 r – toplota kondenzacije [J/kg] ili [J/m³].

Wobbeov broj

Wobbeov broj (indeks) je pokazatelj toplotnog opterećenja gorionika. Gasovi različitih sastava, ali jednog Wobbeovog broja, daju pri jednakim priključnim pritiscima približno jednako toplotno opterećenje gorionika. Wobbeov broj se najčešće definiše gornjom toplotnom moći i na normalni kubni metar:

$$W_g = \frac{H_g}{\sqrt{d}}$$

gde su:

H_g – gornja toplotna moć goriva izražena u odnosu na normalni kubni metar [kWh/m³] i
 d – relativna gustina gasa [-].

Ako je potrebno preurediti neki gasni potrošač za sagorevanje gasa koji ima različitu vrednost Wobbeovog broja od prethodnog gasa, tada se koristi Wobbeov broj kako bi se odredio novi prečnik mlaznice i potreban priključni pritisak.

Prečnik mlaznice i priključni pritisak glase:

$$D_2 = D_1 \frac{W_{g1}}{W_{g2}}$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{W_{g1}}{W_{g2}} \right)^2$$

gde su:

D_1 – prečnik mlaznice kod gasa 1 [mm],

D_2 – prečnik mlaznice kod gasa 2 [mm],
 p_1 – priključni pritisak kod gasa 1 [mbar],
 p_2 – priključni pritisak kod gasa 2 [mbar],
 W_{g1} – gornji Wobbeov broj kod gasa 1 [kWh/m³] i
 W_{g2} – gornji Wobbeov broj kod gasa 2 [kWh/m³].

Brzina širenja plamena

Brzina kojom se širi front plamena smeše gasa i vazduha naziva se **brzina širenja plamena**. Zavisí od sastava smeše gasa i vazduha, temperature i pritiska smeše, kao i režima strujanja (laminarno ili turbulentno). Brzina širenja plamena je veća kod turbulentnog režima strujanja.

Temperatura paljenja

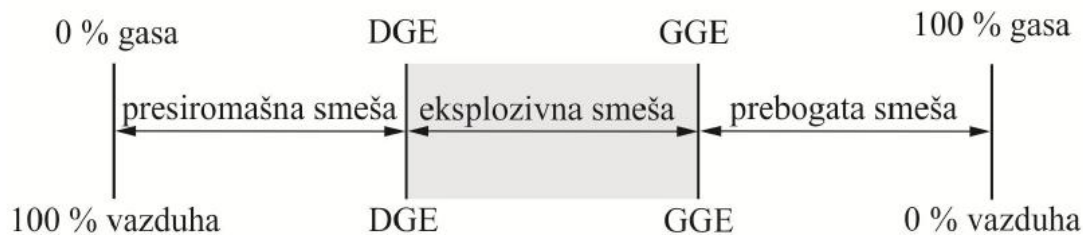
Temperatura paljenja nekog gasa je najniža temperatura pri kojoj se gas mešan u stehiometrijskom odnosu sa vazduhom sam od sebe zapali, bez otvorenog plamena. Temperature paljenja nekih smeša gasa i vazduha date su u *tabeli 4*.

Tabela 4. Temperature paljenja nekih smeša gasova i vazduha

| Gas | T [K] |
|---|---------|
| Vodonik (H ₂) | 530 |
| Ugljen-monoksid (CO) | 610 |
| Metan (CH ₄) | 645 |
| Propan (C ₃ H ₈) | 510 |
| Acetilen (C ₂ H ₂) | 335 |
| Propilen (C ₃ H ₆) | 455 |
| Butan (C ₄ H ₁₀) | 490 |
| Gradski gas | 560 |
| Prirodni gas | 640 |

Granice paljenja i eksplozivnost

Donja granica eksplozivnosti DGE i gornja granica eksplozivnosti GGE pokazuju u kom odnosu mešanja gasa i vazduha je moguća pojava eksplozije. Granice eksplozivnosti jednake su granicama paljenja, *slika 17*.



Slika 17. Granice eksplozivnosti

Granice eksplozivnosti nekih gasova dati su u *tabeli 5*.

Tabela 5. Granice eksplozivnosti nekih gasova u vazduhu pri temperaturi 20 °C i pritisku 101325 Pa

| Simbol | DGE [%] | GGE [%] | DGE [g/m ³] | GGE [g/m ³] |
|--------------------------------|---------|---------|-------------------------|-------------------------|
| CO | 11,0 | 77,0 | 128,1 | 897,2 |
| H ₂ | 4,0 | 75,6 | 3,3 | 63,3 |
| CH ₄ | 4,2 | 17,4 | 28,1 | 116,3 |
| C ₂ H ₆ | 3,0 | 15,5 | 37,9 | 195,7 |
| C ₃ H ₈ | 2,1 | 9,5 | 39,3 | 178,0 |
| C ₄ H ₁₀ | 1,5 | 8,5 | 37,9 | 214,5 |
| C ₅ H ₁₂ | 1,4 | 7,8 | 44,8 | 249,7 |

Granice eksplozivnosti smeše gasova mogu se odrediti kada su poznate granice eksplozivnosti pojedinih komponentata smeše i sastav te smeše:

$$DGE_m = \frac{100}{\sum_{i=1}^n \frac{r_i}{DGE_i}}$$

$$GGE_m = \frac{100}{\sum_{i=1}^n \frac{r_i}{GGE_i}}$$

gde su:

r_i – zapreminski udeo komponente [-],

DGE_i – donja granica eksplozivnosti komponente [%] i

GGE_i – gornja granica eksplozivnosti komponente [%].

Literatura:

1. Šašić M., (1990), *Transport fluida i čvrstih materijala cevima*, Naučna knjiga, Beograd
2. Bukurov Ž., (1987), *Mehanika fluida*, Fakultet tehničkih nauka, Nivi Sad
3. Bukurov M., (2013), *Mehanika fluida, knjiga prva: osnove*, FTN Izdavaštvo, Novi Sad, ISBN 978-86-7892-545-0
4. Bukurov M., Todorović B., Bikić S., (2011), *Zbirka zadataka iz osnova mehanike fluida*, FTN Izdavaštvo, Novi Sad
5. Strelec V. i drugi, (2001), *Plinarski priručnik*, Energetika marketing, Zagreb
6. Cvijanović P., (1997), *Mehanika fluida*, MP Stylos, Novi Sad